2 つの条件 $|z+\overline{z}|=2$, $|z-1|=2$ を同時に満たす複素数 z は全部で $\boxed{}$ 個ある．ただし，$\overline{z}$ は z に共役な複素数である．

(18 神奈川大 理・工 (推薦))

【答】 $\boxed{3}$

【解答】

$$|z+\overline{z}|=2 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$|z-1|=2 \qquad \cdots\cdots ②$$

$z=x+yi$ (x, y は実数) とおくと

$$z+\overline{z}=(x+yi)+(x-yi)=2x$$

であり

$$① \iff |2x|=2 \qquad \therefore \quad x=\pm 1 \qquad \cdots\cdots ①'$$

また

$$② \iff (x-1)^2+y^2=4 \qquad \cdots\cdots ②'$$

「①′ かつ ②′」を満たす x, y を求める．

(i) $x=1$ のとき
②′ から，$y^2=4$ $\quad\therefore\quad y=\pm 2$

(ii) $x=-1$ のとき
②′ から，$y^2=0$ $\quad\therefore\quad y=0$

よって，条件を満たす複素数 z は

$$1\pm 2i,\ -1$$

であり，全部で

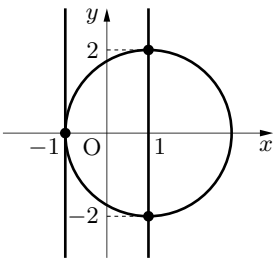
3 個 ……(答)

ある．

- 図形的には

$$① \iff \left|\frac{z+\overline{z}}{2}\right|=1 \iff |(z\text{ の実部})|=1$$

$$② \iff \text{中心 1，半径 2 の円}$$

であり，①，②を同時に満たす z は，2 直線 $z=\pm 1$ と中心 1，半径 2 の円の共有点である．

右図より，共有点は 3 個ある．