$y=x^{\log x}$ の導関数は $y' = \boxed{\text{(v)}}$ である.

(18 北見工大 1(4))

【答】

(v)
$2x^{\log x-1}\log x$

【解答】

$$y=x^{\log x}$$

真数条件より $x>0$ であり，$x^{\log x}>0$ である．辺々の自然対数をとると

$$\log y = \log x^{\log x}$$

$$\therefore\quad \log y = (\log x)^2$$

辺々を x で微分すると

$$\frac{y'}{y} = 2\log x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\therefore\quad y' = y\cdot\frac{2\log x}{x} = x^{\log x}\cdot\frac{2\log x}{x} = \boldsymbol{2x^{\log x-1}\log x} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である.