$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^7}(1^6+2^6+3^6+\cdots+n^6)=\boxed{\text{(x)}}.$$

(18 北見工大 1(9))

【答】

(x)
$\frac{1}{7}$

【解答】

区分求積法により

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^7}(1^6+2^6+3^6+\cdots+n^6)\\ =&\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^6\\ =&\int_0^1 x^6\,dx\\ =&\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1\\ =&\boldsymbol{\frac{1}{7}}\end{aligned}$$

……(答)