定積分 $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1}\,dx$ を求めよ.

(18 愛媛大 医・理・工 6(3))

【答】 $\log(e+1)$

【解答】

置換積分法を用いる.

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1}\,dx &= \int_1^2 \frac{(e^x-1)'}{e^x-1}\,dx \\ &= \Big[\log|e^x-1|\Big]_1^2 \\ &= \log(e^2-1)-\log(e-1) \\ &= \log\frac{e^2-1}{e-1} \\ &= \boldsymbol{\log(e+1)} \qquad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$