

k を自然数とする。赤い玉と白い玉がそれぞれ $2k$ 個ずつある。これらをすべて円周上に等間隔に並べる並べ方の総数を N_k とおくと、

$$N_1 = \boxed{\text{(お)}}, \quad N_2 = \boxed{\text{(か)}}, \quad N_3 = \boxed{\text{(き)}}$$

である。ただし、回転して並びが同じになるものは同じ並べ方と考える。

(18 慶應大 医 1(3))

【答】	(お)	(か)	(き)
	2	10	80

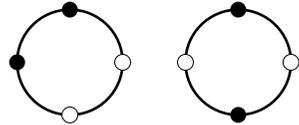
【解答】

(i) N_1 について;

2 個の赤い玉が連続して並ぶか否かだから

$$N_1 = 2$$

……(答)



(ii) N_2 について;

4 個の赤い玉の連続する状態は

(ア) 4 個

(イ) (3 個, 1 個)

(ウ) (2 個, 2 個)

(エ) (2 個, 1 個, 1 個)

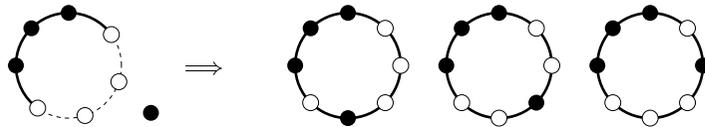
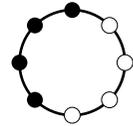
(オ) (1 個, 1 個, 1 個, 1 個)

の 5 通りがある。

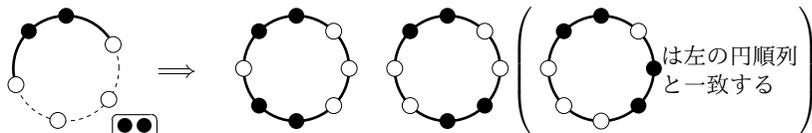
(ア) 右図の 1 通り。

(イ) 連続した 3 個の赤い玉と 4 個の白い玉の円順列は 1 通りに決まる。

残りの赤い玉 1 個を白い玉と白い玉の間に入れればよい。白い玉と白い玉の間は 3 か所あるから、(イ) の円順列は ${}_3C_1 = 3$ 通りある。

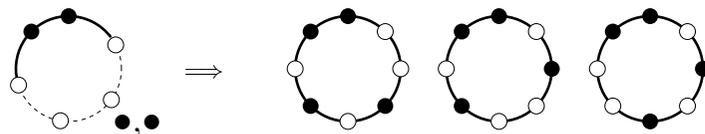


(ウ) 回転による重複に注意すると、下図の 2 通りある。



(エ) 連続した 2 個の赤い玉と 4 個の白い玉の円順列は 1 通りに決まる。残りの赤い玉 2 個

を白い玉と白い玉の間に 1 個ずつ入れればよい。白い玉と白い玉の間は 3 か所あるから、(エ) の円順列は ${}_3C_2 = 3$ 通りある。

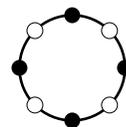


(オ) 右図の1通り。

以上、(ア)~(オ)より、求める総数 N_2 は

$$N_2 = 1 + 3 + 2 + 3 + 1 = 10 \quad (\text{通り})$$

……(答)



(iii) N_3 について；

(ii) と同様に考える．6個の赤い玉の連続する状態は

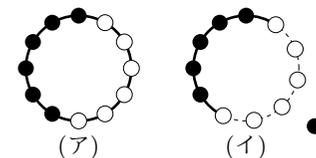
- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| (ア) 6個 | (イ) (5個, 1個) |
| (ウ) (4個, 2個) | (エ) (4個, 1個, 1個) |
| (オ) (3個, 3個) | (カ) (3個, 2個, 1個) |
| (キ) (3個, 1個, 1個, 1個) | (ク) (2個, 2個, 2個) |
| (ケ) (2個, 2個, 1個, 1個) | (コ) (2個, 1個, 1個, 1個, 1個) |
| (サ) (1個, 1個, 1個, 1個, 1個, 1個) | |

の11通りがある。

(ア) 1通り

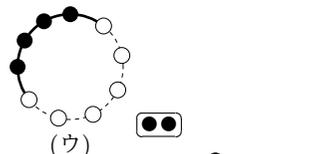
(イ) 連続した5個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの赤い玉1個を5か所ある白い玉と白い玉の間に入れるから

$${}_5C_1 = 5 \quad (\text{通り})$$



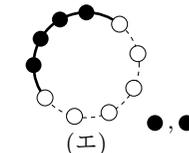
(ウ) 連続した4個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの連続した2個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に入れるから

$${}_5C_1 = 5 \quad (\text{通り})$$



(エ) 連続した4個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの2個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に1個ずつ入れるから

$${}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 \quad (\text{通り})$$

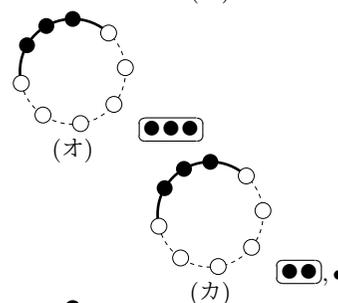


(オ) 連続した3個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの連続した3個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に入れる。回転による重複に注意して

3通り

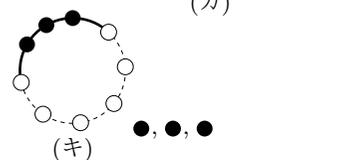
(カ) 連続した3個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの連続した2個の赤い玉, 1個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に順次入れる。

$$5 \cdot 4 = 20 \quad (\text{通り})$$



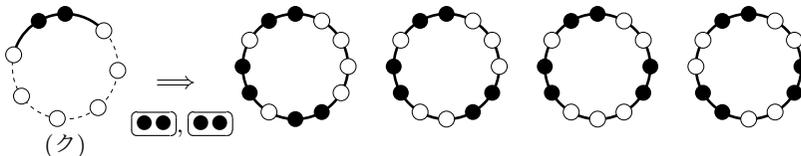
(キ) 連続した3個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり、残りの3個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に1個ずつ入れる。

$${}_5C_3 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 \quad (\text{通り})$$



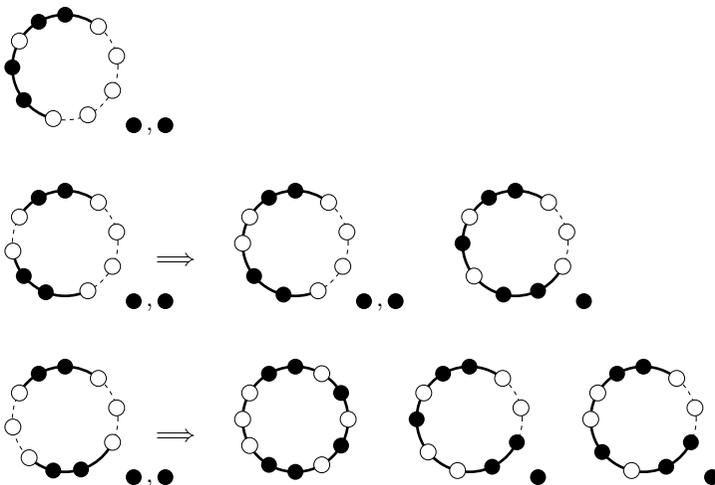
(ク) 連続した2個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり，残りの連続した2個の赤い玉の列2つを5か所ある白い玉と白い玉の間に1つずつ入れる．回転による重複に注意して

4通り



(ケ) 連続した2個の赤い玉の列2つと6個の白い玉の円順列をつくり，残りの2個の赤い玉を4か所ある白い玉と白い玉の間に1つずつ入れる．回転による重複に注意して

$$\begin{aligned}
 & {}_4C_2 + ({}_3C_2 + {}_2C_1) + (1 + {}_2C_1 + {}_2C_1) \\
 & = 6 + (3 + 2) + (1 + 2 + 2) \\
 & = 16 \text{ (通り)}
 \end{aligned}$$



(コ) 連続した2個の赤い玉と6個の白い玉の円順列をつくり，残りの4個の赤い玉を5か所ある白い玉と白い玉の間に1個ずつ入れるから

$${}_5C_4 = 5 \text{ (通り)}$$



(サ) 1通り

以上より

$$\begin{aligned}
 N_3 &= (\text{ア}) + (\text{イ}) + \{(\text{ウ}) + (\text{エ})\} + \{(\text{オ}) + (\text{カ}) + (\text{キ})\} \\
 &\quad + \{(\text{ク}) + (\text{ケ}) + (\text{コ})\} + (\text{サ}) \\
 &= 1 + (5 + 5 + 10) + (3 + 20 + 10) + (4 + 16 + 5) + 1 \\
 &= 80 \text{ (通り)}
 \end{aligned}$$

……(答)