

平成30年度 一般入試・前期

ソフトウェア情報学部

数 学 (120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この冊子は、4ページあります。
- 3 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの脱落などがあった場合は、手を挙げて試験監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆・定規などを使用してはいけません。
- 5 解答用紙には、氏名及び受験票と同じ受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に、途中の式等も省略せずに記入しなさい。解答用紙の裏面に記入してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 xy 平面上の 2 点 $A(2,1)$, $B(1,2)$ を通り x 軸に接する円 C_1 , C_2 がある。このうち、面積が大きい方の円を C_1 とする。点 P_1 が C_1 上を動くとき、 $\triangle ABP_1$ の重心を G_1 とする。同様に、点 P_2 が C_2 上を動くとき、 $\triangle ABP_2$ の重心を G_2 とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] C_1 と C_2 の方程式をそれぞれ求めなさい。

[問 2] G_1 と G_2 の軌跡をそれぞれ求めなさい。

[問 3] 四角形 AG_1BG_2 における面積の最大値を求めなさい。

2 A, B, C, D の 4 人でゲームを行う。1 回のゲームにつき勝者は 1 人のみとし、引き分けはないものとする。A, B, C, D が 1 回のゲームに勝つ確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ であり、先に 2 回勝った人を優勝とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

[問 1] ちょうど 2 回目のゲームで D が優勝する確率を求めなさい。

[問 2] ちょうど 3 回目のゲームで D が優勝する確率を求めなさい。

[問 3] D が優勝する確率を求めなさい。

3 一辺の長さが a の正三角形がある。この正三角形の面積を S_0 とする。次に、この面積 S_0 の正三角形の各辺を $m:n$ に内分する点同士を結んで正三角形を作り、この正三角形の面積を S_1 とする。同様に、この面積 S_1 の正三角形の各辺を $m:n$ に内分する点同士を結んで正三角形を作り、この正三角形の面積を S_2 とする。このようにして S_3, S_4, \dots を得る。このとき、以下の問いに答えなさい。なお、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

[問 1] 面積 S_0 を a を用いて表しなさい。

[問 2] 次の式が成り立つことを証明しなさい。

$$S_i = \frac{m^2 + n^2 - mn}{(m+n)^2} S_{i-1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

[問 3] $m:n = 1:2$ の場合に、 S_k が S_0 の $\frac{1}{100000}$ 以下になるような最小の自然数 k を答えなさい。

4 関数 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(a+2)x^2 + 6ax - 2a$ について、以下の問いに答えなさい。

[問 1] $a = -1$ のとき、次の設問に答えなさい。

(a) $f(0)$ の値を答えなさい。

(b) $f(x)$ の極大値と極小値を、そのときの x の値とともに、それぞれ答えなさい。

(c) $f(x) = 0$ が持つ正の実数解の個数を答えなさい。

[問 2] $f(x) = 0$ が 3 つの異なる正の実数解を持つような定数 a の値の範囲をすべて求めなさい。