

$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \square$ である.

(18 日本女大 理 (推薦))

【答】

$-\frac{8}{3}$

【解答】

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

よって

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{-\frac{3}{8}} = -\frac{8}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$