

$\cos x \cos(\pi - x) = \sin 2x$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  が成り立つとき,  $\sin x = \boxed{\text{②}}$  である.  
(18 関西大 シス理工・環境都市・化生工 4(2))

【答】	②
	$\pm 1, -\frac{1}{\sqrt{5}}$

【解答】

$$\cos x \cos(\pi - x) = \sin 2x$$

補角・2倍角の公式を用いて, 変形すると

$$\cos x \cdot (-\cos x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos x(2 \sin x + \cos x) = 0$$

(i)  $\cos x = 0$  のとき

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ より } x = \pm \frac{\pi}{2}$$

このとき  $\sin x = \pm 1$  (複号同順)

(ii)  $\cos x \neq 0$  のとき

$$2 \sin x + \cos x = 0$$

$$\therefore 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} + 1 = 0$$

$$\therefore \tan x = -\frac{1}{2}$$

このとき

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos x = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \left(\because -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

したがって

$$\sin x = \tan x \cos x = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

(i), (ii) より

$$\sin x = \pm 1, -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad \dots\dots(\text{答})$$