$0 < \theta < \pi$ で $\tan\theta = -2\sqrt{2}$ のとき，$\cos\theta$ と $\cos\dfrac{\theta}{2}$ の値を求めよ．

(18 長崎大 経・環・水・教 1(2))

【答】 $\cos\theta = -\dfrac{1}{3}$，$\cos\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【解答】

cos と tan の相互関係より

$$\frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + (-2\sqrt{2})^2 = 9$$

$\tan\theta < 0$ と $0 < \theta < \pi$ から $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ であり，$\cos\theta < 0$ であるから

$$\cos\theta = \boldsymbol{-\frac{1}{3}}$$ ……(答)

半角の公式より

$$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$\dfrac{\pi}{4} < \dfrac{\theta}{2} < \dfrac{\pi}{2}$ より，$\cos\dfrac{\theta}{2} > 0$ であるから

$$\cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$ ……(答)