a を実数の定数とする.

(i) 関数  $y = \frac{1}{x-2}$  のグラフをかけ.

(ii) 不等式  $\frac{1}{x-2} \ge a$  を解け.

(19 茨城大 工 2(3))

【答】

(1) 略

(2) 
$$\begin{cases} a < 0 \text{ のとき} & x \le 2 + \frac{1}{a}, \ 2 < x \\ a = 0 \text{ のとき} & x > 2 \\ a > 0 \text{ のとき} & 2 < x \le 2 + \frac{1}{a} \end{cases}$$

【解答】

(i)  $y = \frac{1}{x-2}$  のグラフは、直線 x = 2 と x 軸を漸近線 とする直角双曲線であり、右図の実線部分となる. なお、定義域は  $x \neq 2$  であり、値域は  $y \neq 0$  である.

(ii) 不等式  $\frac{1}{x-2} \ge a$  の解は、 $y = \frac{1}{x-2}$  のグラフと直線 y = a との共有点の x 座標の値と  $y = \frac{1}{x-2}$  のグラフが直線 y = a より上方にあるような x の値をあわせた x の値の範囲である.

$$\frac{1}{x-2}=a$$
 を解く.  $(左辺) \neq 0$  より  $a \neq 0$  であり

 $x - 2 = \frac{1}{a} \qquad \therefore \quad x = 2 + \frac{1}{a}$ 

である.

(i) でかいたグラフから求める解は

$$\begin{cases} a < 0 \text{ のとき} & x \le 2 + \frac{1}{a}, \ 2 < x \\ a = 0 \text{ のとき} & x > 2 \\ a > 0 \text{ のとき} & 2 < x \le 2 + \frac{1}{a} \end{cases}$$
 ……(答)

である.

