a を定数とする．このとき $a \leqq x \leqq a+1$ の範囲で定義された関数 $f(x)=|x^2-1|$ の最大値が 1 であるような a の条件を求めよ．

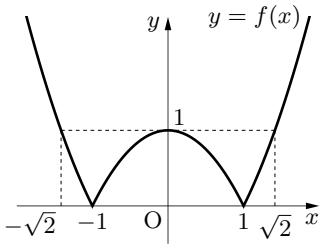
(19 札幌医大 1(2))

【答】 $a=-\sqrt{2}$ または $-1 \leqq a \leqq 0$ または $a=\sqrt{2}-1$

【解答】

絶対値をはずすと

$$f(x)=|x^2-1|$$
$$=\begin{cases} x^2-1 & (x \leqq -1 \text{ または } 1 \leqq x \text{ のとき}) \\ -(x^2-1) & (-1 \leqq x \leqq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$



$y=f(x)$ のグラフは右図のようになる．$f(x)=1$ となる点は

点 $(0,\ 1)$

があり，他に，$x^2-1=1$ を解いて

点 $\left(\pm\sqrt{2},\ 1\right)$

がある．したがって，$a \leqq x \leqq a+1$ における $f(x)$ の最大値が 1 であるための a の条件は

$a=-\sqrt{2}$ または $a \leqq 0 \leqq a+1$ または $a+1=\sqrt{2}$

すなわち

$$\boldsymbol{a=-\sqrt{2}} \text{ または } \boldsymbol{-1 \leqq a \leqq 0} \text{ または } \boldsymbol{a=\sqrt{2}-1} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．