xy 座標平面上において，直線 $y=x$ に関して，曲線 $y=\dfrac{2}{x+1}$ と対称な曲線を C_1 とし，直線 $y=-1$ に関して，曲線 $y=\dfrac{2}{x+1}$ と対称な曲線を C_2 とする．曲線 C_2 の漸近線と曲線 C_1 との交点の座標をすべて求めると，$\boxed{\text{⑤}}$ である．

(19 関西大 シス理工・環境・化生工 4(3))

【答】

⑤
$(-1,\ -3),\ (-2,\ -2)$

【解答】

$$y=\frac{2}{x+1} \qquad \cdots\cdots ①$$

直線 $y=x$ に関して ① と対称な曲線 C_1 は，x と y を入れかえて

$$x=\frac{2}{y+1}$$

$$\therefore\quad y=\frac{2}{x}-1 \qquad \cdots\cdots ②$$

直線 $y=-1$ に関して ① と対称な曲線 C_2 は ① 上の点を $(x,\ y)$，C_2 上の点を $(X,\ Y)$ とおくと

$$\begin{cases} X=x \\ \dfrac{y+Y}{2}=-1 \end{cases} \iff \begin{cases} x=X \\ y=-Y-2 \end{cases}$$

より，y を $-y-2$ に入れかえて

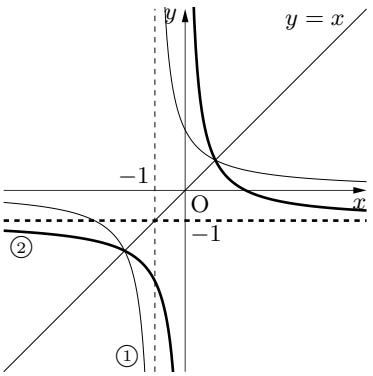
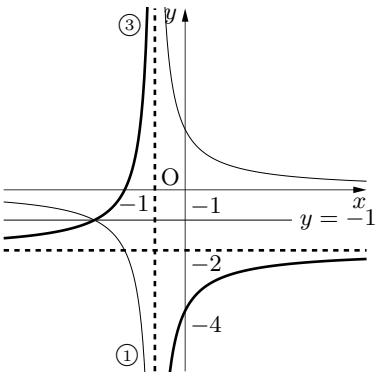
$$-y-2=\frac{2}{x+1}$$

$$\therefore\quad y=-2-\frac{2}{x+1} \qquad \cdots\cdots ③$$

となる．C_2 の漸近線は

$$x=-1,\ y=-2 \qquad \cdots\cdots ④$$

であるから，漸近線 ④ と曲線 ② の交点の座標は

$$\mathbf{(-1,\ -3),\quad (-2,\ -2)} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．