

整式

$$P(x, y, z) = xyz - 3xy - 2xz - yz + 6x + 3y + 2z - 6$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1)  $P(x, y, z)$  を因数分解せよ。
- (2)  $P(0, y, z) = 1$  を満たす整数の組  $(y, z)$  をすべて求めよ。
- (3)  $xyz - 3xy - 2xz - yz + 6x + 3y + 2z - 7 = 0$  を満たす自然数の組  $(x, y, z)$  をすべて求めよ。

(19 富山大 人間発達科・経済 2)

【答】

- (1)  $(x - 1)(y - 2)(z - 3)$
- (2)  $(y, z) = (1, 4), (3, 2)$
- (3)  $(x, y, z) = (2, 3, 4), (2, 1, 2)$

【解答】

$$P(x, y, z) = xyz - 3xy - 2xz - yz + 6x + 3y + 2z - 6$$

- (1)  $x$  について整理すると

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &= x(yz - 3y - 2z + 6) - (yz - 3y - 2z + 6) \\ &= (x - 1)(yz - 3y - 2z + 6) \\ &= (x - 1)\{y(z - 3) - 2z + 6\} \\ &= (x - 1)(y - 2)(z - 3) \end{aligned}$$

……(答)

- (2) (1) から  $P(0, y, z) = -(y - 2)(z - 3)$  であるから

$$P(0, y, z) = 1 \iff (y - 2)(z - 3) = -1$$

$y - 2, z - 3$  は整数であるから

$y - 2$	$-1$	$1$
$z - 3$	$1$	$-1$

よって  $(y, z) = (1, 4), (3, 2)$

……(答)

- (3)  $xyz - 3xy - 2xz - yz + 6x + 3y + 2z - 7 = P(x, y, z) - 1$  より

$$\begin{aligned} xyz - 3xy - 2xz - yz + 6x + 3y + 2z - 7 &= 0 \\ \iff P(x, y, z) &= 1 \\ \iff (x - 1)(y - 2)(z - 3) &= 1 \end{aligned}$$

$x, y, z$  は自然数であるから

$$x - 1 \geq 0, y - 2 \geq -1, z - 3 \geq -2$$

$x - 1$	$1$	$1$
$y - 2$	$1$	$-1$
$z - 3$	$1$	$-1$

よって  $(x, y, z) = (2, 3, 4), (2, 1, 2)$

……(答)