$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n+k}=\boxed{\text{(d)}}$ である.

(19 神奈川大 理・工 1(4))

【答】

(d)
$\log 2$

【解答】

区分求積法を用いる.

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n+k}&=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\dfrac{k}{n}}\\&=\int_0^1\frac{1}{1+x}\,dx\\&=\Big[\log|1+x|\Big]_0^1\\&=\mathbf{\log 2}\end{aligned}$$

……(答)