極限値
$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{k=1}^n\frac{1}{\sqrt{n+2k}}$$
 を求めよ.

(19 電気通信大 後 1 [I] (3))

【答】 $\sqrt{3}-1$

【解答】

区分求積法を用いる.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+2k}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{1+2 \cdot \frac{k}{n}}}$$

$$= \int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{1+2x}} dx$$

$$= \left[\frac{2\sqrt{1+2x}}{2} \right]_{0}^{1}$$

$$= \sqrt{3} - 1 \qquad \dots (2)$$