関数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+4x+3}$ の不定積分は，$\displaystyle\int f(x)\,dx=$ [う] $+C$ である．
ただし，C は積分定数とする．

(19 宮崎大 工 1(3))

【答】

う
$\dfrac{1}{2}\log\left\lvert\dfrac{x+1}{x+3}\right\rvert$

【解答】
部分分数分解して積分する．

$$f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+3)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right)$$

であるから

$$\begin{aligned}\int f(x)\,dx&=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right)dx\\&=\frac{1}{2}\left(\log|x+1|-\log|x+3|\right)+C\\&=\boldsymbol{\frac{1}{2}\log\left|\frac{x+1}{x+3}\right|}+C\end{aligned}$$

……(答)