

正十八角形の対角線の数は ア である。また、正十八角形の頂点から相異なる 3 点を選んで三角形を作るとき、二等辺三角形となるような個数は イ である。

(19 福岡大工)

【答】	ア	イ
	135	132

【解答】

(ア) 18 個の頂点から 2 個選び結ぶと線分ができる。このうち隣り合う 2 点を選んだ場合の 18 通りは対角線ではなく辺になるからこれらは除く。よって、対角線の本数は

$$\begin{aligned} {}_{18}C_2 - 18 &= \frac{18 \cdot 17}{2 \cdot 1} - 18 \\ &= 153 - 18 \\ &= \mathbf{135} \quad (\text{本}) \end{aligned}$$

……(答)

(イ) 正十八角形の各頂点を A_1, A_2, \dots, A_{18} とする。

A_1 を頂点とする正三角形でない二等辺三角形は、右図の 7 個 ($\triangle A_1 A_7 A_{13}$ は正三角形) である。同様にして、頂点が他の点の場合も正三角形でない二等辺三角形が 7 個ある。

正三角形は $A_k A_{k+6} A_{k+12}$ ($k = 1, 2, \dots, 6$) の 6 個あるから、二等辺三角形の個数は

$$\begin{aligned} &7 \times 18 + 6 \\ &= 126 + 6 \\ &= \mathbf{132} \quad (\text{個}) \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

