H, O, G, A, R, A, K, A という 8 つの文字すべてを左から横一列に並べる．ただし， A と O を母音字とし，他の文字を子音字とする．

(1) 8 つの文字の並べ方は全部で $\boxed{\text{アイウエ}}$ 通りである．

(2) H, O, G, R, A, A, A, K のように，A が 3 つ連続する並べ方は $\boxed{\text{オカキ}}$ 通りである．

(3) H, A, O, G, R, A, K, A のように，どの A も隣り合わせにならない並べ方は $\boxed{\text{クケコサ}}$ 通りである．

(4) A, H, O, G, R, A, K, A のように，どの母音字も隣り合わせにならない並べ方は $\boxed{\text{シスセ}}$ 通りである．

(5) A, H, A, G, O, R, K, A のように，どの母音字も隣り合わせにならず，かつ母音字が A, A, O, A の順番になる並べ方は $\boxed{\text{ソタチ}}$ 通りである．

(6) A, A, H, G, O, R, K, A のように，母音字が A, A, O, A の順番になる並べ方は $\boxed{\text{ツテトナ}}$ 通りである．ただし，母音字どうしは隣り合わせになっていても良いし，なっていなくても良い．

(19 駒澤大 経済・法・文・仏教 3)

【答】

アイウエ	オカキ	クケコサ	シスセ	ソタチ	ツテトナ
6720	720	2400	480	120	1680

【解答】

(1) A が 3 つあることに注意すると，8 つの文字の並べ方の総数は

$$\frac{8!}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = \mathbf{6720}\ (\text{通り}) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(2) 3 つの A を 1 つの文字 X に置き換えて，H, O, G, R, X, K の 6 つの文字を 1 列に並べる順列を考えればよい．この並べ方の総数は

$$6! = \mathbf{720}\ (\text{通り}) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(3) 初めに A を除く 5 文字を 1 列に並べる順列を考える．この並べ方の総数は

$$5! = 120\ (\text{通り})$$

できた文字列の両端または文字間を合わせた 6 か所から 3 か所を選んで，A を 1 個ずつ入れていけばよい．3 か所の選び方の総数は

$${}_6\mathrm{C}_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20\ (\text{通り})$$

求める総数は

$$120 \times 20 = \mathbf{2400}\ (\text{通り}) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(4) 子音字 4 文字を 1 列に並べる順列の総数は

$$4! = 24\ (\text{通り})$$

できた文字列の両端または文字間を合わせた 5 か所から 4 か所を選んで，母音字を 1 個ずつ入れていけばよい．A が 3 つあることに注意すると，求める並べ方の総数は

$$24 \times {}_5\mathrm{C}_4 \times \frac{4!}{3!} = 24 \times 5 \times 4 = \mathbf{480}\ (\text{通り}) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(5) 子音字 4 文字を 1 列に並べた後，できた文字列の両端または文字間を合わせた 5 か所から 4 か所を選んで，左から A，A，O，A の順に入れていけばよい．

$$24 \times {}_5\mathrm{C}_4 = 24 \times 5 = \mathbf{120}\ (\text{通り})$$ ……(答)

(6) すべての母音字を Y と置き換えて，H，Y，G，Y，R，Y，K，Y の 8 つの文字を 1 列に並べる順列を考える．その並べ方の総数は

$$\frac{8!}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680\ (\text{通り})$$

これらの文字列内の Y を左から順番に母音字 A，A，O，A へと置き換えれば，条件を満たす文字列が得られる．したがって，求める並べ方の総数は

1680 (通り) ……(答)