7 枚のカードがあり，それぞれ H, A, K, K, O, D, A という文字が 1 つずつ書かれている．

(1) これらの 7 枚のカードを円形に並べる場合，その組み合わせは全部で何通りあるか答えよ．

(2) これらの 7 枚のカードをよく混ぜてから円形に並べたとき，H の隣に O が並ぶ確率を求めよ．

(3) これらの 7 枚のカードをよく混ぜてから円形に並べたとき，A の隣に K が並ぶ確率を求めよ．

(19 青森公立大 4)

【答】

(1) 180 通り

(2) $\dfrac{1}{3}$

(3) $\dfrac{13}{15}$

【解答】

(1) 7 枚のカードのうち，A2 枚と K2 枚が重複している．この 7 枚のカードを円形に並べる並べ方は

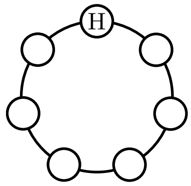
$$\frac{(7-1)!}{2!2!} = 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{180} \textbf{ 通り} \qquad \cdots\cdots(答)$$

ある．

- H を固定し，O，D，A，A の位置を順に決めると，残り K，K の位置は一意に決まるから

$$6 \cdot 5 \cdot {}_4\mathrm{C}_2 = 6 \cdot 5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 180 \text{ 通り}$$

ある．



(2) 隣り合う H と O をひとつの文字とみなす．

このとき $\boxed{\text{HO}}$，$\boxed{\text{OH}}$ の 2 通りがある．

$\boxed{}$，D，A，A，K，K を円形に並べる並べ方は

$$\frac{(6-1)!}{2!2!} = 5 \cdot 3 \cdot 2 \text{ 通り}$$

あるから，求める確率は

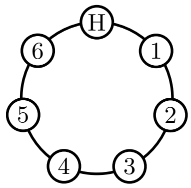
$$\frac{2 \times 5 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} = \mathbf{\frac{1}{3}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

- 右図で O の位置の決め方は①～⑥の 6 通りがあり，これらは同様に確からしい．H の隣に O が並ぶには「①または⑥」のときであり，求める確率は

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

である．



(3) A と K が隣り合わないような円形の並べ方を数える．
A と K 以外のカードを○で表す．

(i) A，A が隣り合うとき

$\boxed{\bigcirc\ \mathrm{AA}\ \bigcirc}$ を一つの文字とみなし，$\boxed{\bigcirc\ \mathrm{AA}\ \bigcirc}$，○，K，K を円形に並べ，ついで○ 3 か所に H，O，D を並べると考えると，7 文字を円形に並べる並べ方は

$$\frac{(4-1)!}{2!}\cdot 3! = 3\cdot 6 = 18 \text{ 通り}$$

ある．

(ii) A，A の間に文字が入るとき

K 以外の文字は 3 文字なので，$\boxed{\bigcirc\ \mathrm{A}\ \bigcirc\ \mathrm{A}\ \bigcirc}$ に限られる．$\boxed{\bigcirc\ \mathrm{A}\ \bigcirc\ \mathrm{A}\ \bigcirc}$，K，K を円形に並べ，ついで○ 3 か所に H，O，D を並べると考えると，7 文字を円形に並べる並べ方は

$$\frac{(3-1)!}{2!}\cdot 3! = 1\cdot 6 = 6 \text{ 通り}$$

ある．

(i) と (ii) は排反なので，A の隣に K が並ぶ確率は

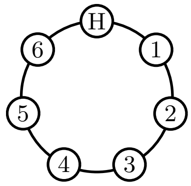
$$1-\frac{18+6}{180} = 1-\frac{24}{180} = 1-\frac{2}{15} = \boldsymbol{\frac{13}{15}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

- A，K の位置は

$$_6\mathrm{C}_2\times {}_4\mathrm{C}_2 = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\times\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1} = 90 \text{ 通り}$$

あり，これらは同様に確からしい．
このうち，A と K が隣り合わないもの（2 か所の A と 2 か所の K の組合せ）は



{AA，KK} ={①②，④⑤}，{①②，④⑥}，{①②，⑤⑥}，
{①③，⑤⑥}，{①⑥，③④}，
{②③，⑤⑥}

で，A と K の入れかえも考えると 12 通りある．
よって，求める確率は

$$1-\frac{12}{90} = 1-\frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

である．