

3つの箱 A, B, C があり, A には黒球 3 個と白球 2 個, B には黒球 1 個と白球 5 個, C には黒球 2 個と白球 2 個が入っている. 3つの箱から 1つの箱を選び, 選んだ箱から球を 1つ取り出す. 取り出した球が黒球であるとき, 選んだ箱が A である確率を求めよ.

(19 東京女大 現教 5)

【答】 $\frac{9}{19}$

【解答】

事象 X, A, B, C を次のように定める.

X : 取り出した球が黒球である事象

A : 選んだ箱が A である事象

B : 選んだ箱が B である事象

C : 選んだ箱が C である事象

このとき, 求める確率は条件付き確率 $P_X(A)$ は

$$P_X(A) = \frac{P(X \cap A)}{P(X)} = \frac{P(A \cap X)}{P(X)}$$

である. ここで

$$P(A \cap X) = P(A)P_A(X) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A \cap X) + P(B \cap X) + P(C \cap X) \\ &= P(A)P_A(X) + P(B)P_B(X) + P(C)P_C(X) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} \\ &= \frac{18 + 5 + 15}{2 \cdot 3^2 \cdot 5} \\ &= \frac{19}{45} \end{aligned}$$

であり, 求める確率 $P_X(A)$ は

$$P_X(A) = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{19}{45}} = \frac{9}{19} \quad \dots\dots(\text{答})$$