コインが5枚ある．さいころを振って出た目によって，これらのコインを1枚ずつ3つの箱 A，B，C のいずれかに入れていく．出た目が1であればコインを1枚，箱 A に入れる．出た目が2か3であればコインを1枚，箱 B に入れる．出た目が4か5か6であればコインを1枚，箱 C に入れる．さいころを5回振ったとき，次の問いに答えよ．

(1) 箱 A と箱 B にコインがそれぞれちょうど2枚ずつ入っている確率を求めよ．
(2) A，B いずれの箱にもコインが1枚以上入っている確率を求めよ．

(19 千葉大 4)

---

【答】

(1) $\dfrac{5}{108}$
(2) $\dfrac{215}{432}$

---

【解答】

(1) さいころを 1 回振って箱 A，B，C にコインを 1 枚入れる確率はそれぞれ $\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{2}$ であり，さいころを 5 回振ったとき，コインが箱 A に $a$ 枚，箱 B に $b$ 枚，箱 C に $c$ 枚入っているとすると，$a+b+c=5$ であるから，$a=b=2$ のとき，$c=1$ である．
$(a,\ b,\ c)=(2,\ 2,\ 1)$ である確率は

$$\frac{5!}{2!2!1!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5\cdot 3\cdot 2}{2^3 3^4}=\boldsymbol{\frac{5}{108}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

(2) さいころを 5 回振ったとき，箱 A, B にコインが 1 枚以上入っている事象をそれぞれ $A$, $B$ とおき，余事象を考える．求める確率は

$$\begin{aligned}
&P(A\cap B)\\
=&1-P(\overline{A\cap B})\\
=&1-P(\overline{A}\cup\overline{B})\\
=&1-\{P(\overline{A})+P(\overline{B})-P(\overline{A}\cap\overline{B})\}\\
=&1-\left\{\left(\frac{5}{6}\right)^5+\left(\frac{2}{3}\right)^5-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}\\
=&1-\left(\frac{3125}{6^5}+\frac{32}{3^5}-\frac{1}{2^5}\right)\\
=&1-\frac{3906}{2^5 3^5}\\
=&1-\frac{217}{2^4 3^3}\\
=&\boldsymbol{\frac{215}{432}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})
\end{aligned}$$