

# 数 学

## 《解答にさいしての注意》

1. **1** は必須問題である。全員が解答すること。
2. **2～6** は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

### (必須問題)

**1** 三角形 ABC において、頂点 A, B, C に向かい合う辺 BC, CA, AB の長さを、それぞれ  $a, b, c$  で表し、 $\angle A, \angle B, \angle C$  の大きさを、それぞれ  $A, B, C$  で表すとき、次の問いに答えよ。

- (i)  $2a^2bc - b^2(c^2 + a^2 - b^2) - c^2(a^2 + b^2 - c^2)$  を因数分解せよ。
- (ii)  $a < b + c$  であることを示せ。
- (iii)  $a \geq b \cos B + c \cos C$  であることを示せ。

### (選択問題)

#### **2** 不等式

$$x^2 - 3x + 5 \leq y \leq -x^2 + 7x - 6$$

を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

3 次の問いに答えよ。

(i) 3点(1, 2), (-2, 4),  $(a-1, a-1)$ が同一の直線上にあるとき、定数 $a$ の値を求めよ。

(ii) 4点(2, 1), (2, 5), (-6, 5),  $(2b+2, -b-4)$ が同一の円上にあるとき、定数 $b$ の値を求めよ。

4 2次関数 $f(x) = ax^2 + bx - (a+b)$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $a, b$ は定数である。

(i)  $\frac{d}{dx} \int_1^x f(t) dt = \int_1^x \frac{d}{dt} f(t) dt$ は正しいか。

(ii)  $\frac{d}{dx} \int_1^x f(t) dt$ を求めよ。

(iii)  $\frac{d}{dx} \int_y^x f(t) dt = \int_x^y \frac{d}{dt} f(t) dt$ は正しいか。

5 自然数 $N$ を9進法と5進法で表すと、ともに3桁の数であり、各位の数字の並びが逆になるという。 $N$ を10進法で表せ。

6 数列 $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ を $a_1 = 1$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + 9b_n$ ,  $b_{n+1} = a_n + b_n$ で定めるとき、次の問いに答えよ。

(i)  $a_{n+1} + xb_{n+1} = y(a_n + xb_n)$ を満たす定数 $x, y$ の組を2組求めよ。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。