1 pを負の実数とする。座標空間に原点Oと3点A$(-1, 2, 0)$，B$(2, -2, 1)$，P$(p, -1, 2)$があり，3点O，A，Bが定める平面をαとする。また，点Pから平面αに垂線を下ろし，αとの交点をQとする。

(1) $\overrightarrow{OQ} = a\,\overrightarrow{OA} + b\,\overrightarrow{OB}$となる実数$a$，$b$を$p$を用いて表せ。

(2) 点Qが△OABの周または内部にあるようなpの範囲を求めよ。

2 xを正の実数とし，座標平面上に3点A$(x, 0)$，B$(-2, 2)$，C$(-3, 3)$をとる。直線ABと直線ACのなす角をθとする。ただし，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$とする。

(1) $\tan\theta$をxで表せ。

(2) $x > 0$における$\tan\theta$の最大値およびそのときのxの値を求めよ。

3 n を自然数とする。数列 2，1，2，1，1 のように各項が 1 または 2 の有限数列(項の個数が有限である数列)を考える。各項が 1 または 2 の有限数列のうちすべての項の和が n となるものの個数を s_n とする。例えば，$n = 1$ のときは，1 項からなる数列 1 のみである。したがって，$s_1 = 1$ となる。$n = 2$ のときは，1 項からなる数列 2 と 2 項からなる数列 1，1 の 2 つである。したがって，$s_2 = 2$ となる。

(1) s_3 を求めよ。

(2) $n \geqq 3$ のとき，s_n を s_{n-1} と s_{n-2} を用いて表せ。

(3) 3 以上のすべての n に対して $s_n - \alpha s_{n-1} = \beta(s_{n-1} - \alpha s_{n-2})$ が成り立つような実数 α，β の組 (α, β) を 1 組求めよ。

(4) s_n を求めよ。

4 実数 a，b，c に対し，関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + bx + c$ を考える。1 次関数 $g(x)$ があり，$f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ は，すべての x に対し等式
$f(x) = f'(x)g(x) - 6x$ を満たしているとする。

(1) b と c を a で表せ。

(2) 3 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 個の実数解をもつように，a の値の範囲を定めよ。