

- (1) $x + |x + 1| + |x - 1| = 6$ の解は, .
- (2) $|x - |x - 1|| = 1$ の解は, .
- (3) $|x - |x - 1|| = \frac{1}{4}x + a$ が異なる 3 つの解を持つとき, 定数 a がとる範囲は, となる.

(20 大阪学院大)

【答】			
	$x = -6, 2$	$x = 0, x \geq 1$	$-\frac{1}{8} < a < \frac{3}{4}$

【解答】

- (1) $x + |x + 1| + |x - 1| = 6$ …… ①
 $f(x) = x + |x + 1| + |x - 1|$ とおき, 場合分けしながら絶対値をはずす.

- (i) $x \leq -1$ のとき, $f(x) = x - (x + 1) - (x - 1) = -x$ であり

$$\textcircled{1} \iff -x = 6 \quad \therefore x = -6$$

$x \leq -1$ を満たすから, 適する.

- (ii) $-1 \leq x \leq 1$ のとき, $f(x) = x + (x + 1) - (x - 1) = x + 2$ であり

$$\textcircled{1} \iff x + 2 = 6 \quad \therefore x = 4$$

$-1 \leq x \leq 1$ を満たさず, 不適.

- (iii) $x \geq 1$ のとき, $f(x) = x + (x + 1) + (x - 1) = 3x$ であり

$$\textcircled{1} \iff 3x = 6 \quad \therefore x = 2$$

$x \geq 1$ を満たすから, 適する.

以上 (i), (ii), (iii) から

$$x = -6, 2$$

……(答)

である.

- (2) $|x - |x - 1|| = 1$ …… ②
 $g(x) = |x - |x - 1||$ とおき, 場合分けしながら絶対値をはずす.

- (i) $x \leq 1$ のとき, $g(x) = |x + (x - 1)| = |2x - 1|$

$$g(x) = \begin{cases} -(2x - 1) & (x \leq \frac{1}{2} \text{ のとき}) \\ 2x - 1 & (\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

- (ア) $x \leq \frac{1}{2}$ のとき

$$\textcircled{2} \iff -(2x - 1) = 1 \quad \therefore x = 0$$

$x \leq \frac{1}{2}$ を満たすから, 適する.

- (イ) $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ のとき

$$\textcircled{2} \iff 2x - 1 = 1 \quad \therefore x = 1$$

$\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ を満たすから, 適する.

(ii) $x \geq 1$ のとき, $g(x) = |x - (x-1)| = 1$ であり

$$\textcircled{2} \iff 1 = 1$$

$x \geq 1$ を満たす x はすべて $\textcircled{2}$ を満たす.

以上 (i), (ii) より

$$x = 0, x \geq 1$$

……(答)

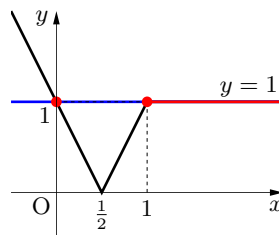
である.

- グラフで考えると分かりやすい.

$y = g(x)$ のグラフは右図の太線のような折れ線となる. これと直線 $y = 1$ の交点の x 座標をみて

$$x = 0, x \geq 1$$

である.



(3) $y = g(x)$ のグラフと直線 $l: y = \frac{1}{4}x + a$ の交点を調べる.

$$l \text{ が点 } (1, 1) \text{ を通るとき, } a = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$l \text{ が点 } \left(\frac{1}{2}, 0\right) \text{ を通るとき, } a = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

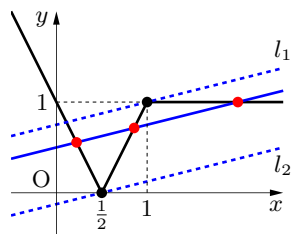
である.

3つの交点をもつのは, l が $l_1: y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ と

$l_2: y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}$ の間にあるときであり, 求める a の値の範囲は

$$-\frac{1}{8} < a < \frac{3}{4}$$

である.



……(答)