a を実数とする．方程式 $x^2-2ax-|x|+a^2=0$ が，$-1<x<4$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ．

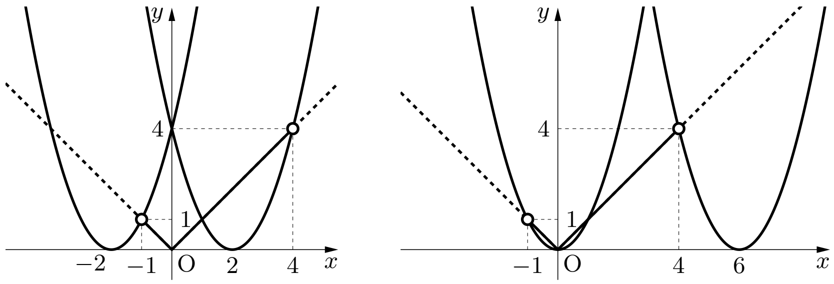
(20 山梨大 後 医 4)

【答】 $-2<a<6$

【解答】

$$x^2-2ax-|x|+a^2=0 \iff (x-a)^2=|x|$$

であるから，$x^2-2ax-|x|+a^2=0$ が，$-1<x<4$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつような a の値の範囲は，$y=(x-a)^2$ のグラフと $y=|x|$ $(-1<x<4)$ のグラフが少なくとも 1 つの共有点をもつような a の範囲である．



左は $y=(x-a)^2$ の軸の右側の部分と $y=|x|$ $(-1<x<4)$ のグラフが共有点をもつときの図であり，このときの a の範囲は　$-2<a\leqq 2$　である．

右は $y=(x-a)^2$ の軸の左側の部分と $y=|x|$ $(-1<x<4)$ のグラフが共有点をもつときの図であり，このときの a の範囲は　$0\leqq a<6$　である．

よって，求める a の値の範囲は

$$\boldsymbol{-2<a<6}$$ ……(答)

である．