

$x$  についての方程式

$$a^2x - 1 = x + a$$

を解きなさい。ただし、 $a$  は定数とする。

(20 東北福祉大)

【答】  $\begin{cases} a = -1 \text{ のとき: } x \text{ は任意} \\ a = 1 \text{ のとき: } x \text{ は存在しない} \\ a \neq \pm 1 \text{ のとき: } x = \frac{1}{a-1} \end{cases}$

【解答】

与えられた方程式

$$a^2x - 1 = x + a$$

を  $x$  について整理すると

$$(a+1)(a-1)x = a+1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

となる。

$a = -1$  のとき

$$\textcircled{1} \iff 0 \cdot x = 0 \quad x \text{ は任意 (不定)}$$

$a = 1$  のとき

$$\textcircled{1} \iff 0 \cdot x = 2 \quad x \text{ は存在しない (解なし)}$$

$a \neq \pm 1$  のとき

$$\textcircled{1} \iff x = \frac{1}{a-1} \quad (\text{一意解})$$