

方程式 $|3x^2 - 8x + 4| = 7x - 8$ を解け.

(20 福岡教大 中教 (数学) 1(1))

【答】 $x = \frac{4}{3}, 4$

【解答】

$$|3x^2 - 8x + 4| = 7x - 8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

左辺 = $|(3x - 2)(x - 2)|$ の絶対値をはずすために x の範囲を場合分けする.

(i) $x \leq \frac{2}{3}, 2 \leq x$ のとき

$$3x^2 - 8x + 4 = 7x - 8$$

$$3x^2 - 15x + 12 = 0$$

$$3(x - 4)(x - 1) = 0$$

(i) の範囲を満たす x は $x = 4$

(ii) $\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ のとき

$$-(3x^2 - 8x + 4) = 7x - 8$$

$$3x^2 - x - 4 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 1) = 0$$

(ii) の範囲を満たす x は $x = \frac{4}{3}$

(i), (ii) より

$$x = \frac{4}{3}, 4$$

……(答)

- ① の辺々を平方し, 同値変形すると

$$\textcircled{1} \iff \begin{cases} (3x^2 - 8x + 4)^2 = (7x - 8)^2 \\ 7x - 8 \geq 0 \end{cases}$$

さらに, 式を整理すると

$$\begin{cases} (3x^2 - x - 4)(3x^2 - 15x + 12) = 0 \\ x \geq \frac{8}{7} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} (3x - 4)(x + 1) \cdot 3(x - 1)(x - 4) = 0 \\ x \geq \frac{8}{7} \end{cases}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}, 4$$

- ① の解は, 右図の共有点の x 座標である.

