

方程式  $|x - 2| = 5x$  を解け.

(20 高知工科大 経済・マネ 1(1))

【答】  $x = \frac{1}{3}$

【解答】

$$|x - 2| = 5x \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

絶対値をはずすために  $x$  の範囲を場合分けする.

(i)  $x \leq 2$  のとき

$$\textcircled{1} \iff -(x - 2) = 5x$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \quad \text{これは } x \leq 2 \text{ を満たす.}$$

(ii)  $x \geq 2$  のとき

$$\textcircled{1} \iff x - 2 = 5x$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \quad \text{これは } x \geq 2 \text{ に反する.}$$

以上, (i), (ii) より  $x = \frac{1}{3}$  \dots\dots(答)

- 両辺を平方しながら,  $\textcircled{1}$  を同値変形すると

$$\textcircled{1} \iff \begin{cases} (x - 2)^2 = 25x^2 & \dots\dots \textcircled{2} \\ x \geq 0 & \dots\dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$  を変形すると

$$24x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$4(3x - 1)(2x + 1) = 0$$

$\textcircled{3}$  より  $x = \frac{1}{3}$

- $\textcircled{1}$  の解は, 折れ線  $y = |x - 2|$  と直線  $y = 5x$  の共有点の  $x$  座標である.  
右のグラフより

$$-(x - 2) = 5x$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

