a を定数とする．

(1) 直線 $\ell: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるのは，a の値の範囲が

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

のときである．

(2) $a^2 - 2a - 8 \fallingdotseq 0$ とし，(1) の直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標を b とする．

$a > 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$ のときである．

$a \leqq 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $a < \boxed{\text{カキ}}$ のときである．

また，$a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である．

(20 センター IA 1(1))

【答】

アイ	ウ	エ	オ	カキ	ク	ケ	コ	サシ
-2	4	0	4	-2	5	3	6	13

【解答】

(1) 傾き $a^2 - 2a - 8$ が負となるのは

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$
$$(a+2)(a-4) < 0$$
$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{-2}} < a < \boxed{\mathbf{4}}$$

…… (アイ，ウの答)

(2) $a^2 - 2a - 8 \fallingdotseq 0$ のとき，(1) の直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標 b は

$$b = -\frac{a}{a^2 - 2a - 8} = -\frac{a}{(a+2)(a-4)}$$

であるから

$a > 0$ の場合，$-\dfrac{a}{a+4} < 0$ であるから，$b > 0$ となるのは

$$a - 4 < 0 \qquad \therefore \quad a < 4$$

のときである．$a > 0$ とあわせると

$$\boxed{\mathbf{0}} < a < \boxed{\mathbf{4}}$$

…… (エ，オの答)

$a \leqq 0$ の場合，$-\dfrac{a}{a-4} \leqq 0$ であるから，$b > 0$ となるのは

$$\begin{cases} -\dfrac{a}{a-4} \fallingdotseq 0 \\ a + 2 < 0 \end{cases} \qquad \therefore \quad a < \boxed{\mathbf{-2}}$$

…… (カキの答)

のときである．これは $a \leqq 0$ を満たす．

また，$a=\sqrt{3}$ のとき

$$b=-\frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}-8}=\frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(5-2\sqrt{3})}{25-12}$$

$$=\frac{\boxed{\mathbf{5}}\sqrt{\boxed{\mathbf{3}}}-\boxed{\mathbf{6}}}{\boxed{\mathbf{13}}}$$

…… (ク〜サシの答)