

121 を 19 で割った余りは $\boxed{(d)}$ であり, 600^{100} を 19 で割った余りは $\boxed{(e)}$ である.

(20 明治薬大 1(3))

| | | |
|-----|-----|-----|
| 【答】 | (d) | (e) |
| | 7 | 11 |

【解答】

121 = 19 · 6 + 7 であるから, 121 を 19 で割った余りは

$$7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

である.

次に, $600 = 19 \cdot 31 + 11$ であるから, 19 を法として

$$600 \equiv 11$$

である.

$$600^{100} \equiv 11^{100} = 121^{50} \equiv 7^{50} \quad (\because \textcircled{1})$$

$7^2 = 49 = 19 \cdot 2 + 11$ より, $49 \equiv 11$ である.

さらに, 変形を続けると

$$\begin{aligned} 600^{100} &\equiv 49^{25} \equiv 11^{25} = 11 \cdot 121^{12} \\ &\equiv 11 \cdot 7^{12} = 11 \cdot 49^6 \\ &\equiv 11 \cdot 11^6 = 11 \cdot 121^3 \\ &\equiv 11 \cdot 7^3 = 11 \cdot 7 \cdot 49 \\ &\equiv 11 \cdot 7 \cdot 11 = 121 \cdot 7 \\ &\equiv 7 \cdot 7 = 49 \\ &\equiv 11 \end{aligned}$$

よって, 600^{100} を 19 で割った余りは 11 である.

- $7^3 = 343 = 19 \cdot 18 + 1$ より $7^3 \equiv 1$ である. これを用いると

$$\begin{aligned} 600^{100} &\equiv 7^{50} = 7^{3 \cdot 16 + 2} = 7^2 \cdot (7^3)^{16} \\ &\equiv 49 \cdot 1 = 49 \end{aligned}$$

$$49 = 19 \cdot 2 + 11 \text{ より}$$

$$600^{100} \equiv 11$$

よって, 600^{100} を 19 で割った余りは 11 である.

$$\begin{array}{r} \dots\dots(\text{答}) \quad 19 \overline{)121} \\ \underline{114} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 31 \quad \quad \quad 2 \\ 19 \overline{)600} \quad 19 \overline{)49} \\ \underline{57} \quad \quad \quad \underline{38} \\ 30 \quad \quad \quad 11 \\ \underline{19} \\ 11 \end{array}$$

$\dots\dots(\text{答})$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 18 \\ 19 \overline{)343} \\ \underline{19} \\ 153 \\ \underline{152} \\ 1 \end{array}$$