

次の問いに答えなさい。

- (i) 5400 の正の約数の個数を求めなさい。
 (ii) 5400 の正の約数の総和を求めなさい。

(20 福島大 人文社会 1(1))

【答】

- (i) 48
 (ii) 18600

【解答】

- (i) 5400 を素因数分解すると

$$5400 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$$

なので、5400 の正の約数は、整数 p, q, r を用いて

$$2^p 3^q 5^r \quad (0 \leq p \leq 3, 0 \leq q \leq 3, 0 \leq r \leq 2)$$

と表される。約数の個数は組 (p, q, r) の個数と一致するから

$$(3+1)(3+1)(2+1) = \mathbf{48} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (ii) 5400 の正の約数のすべては

$$(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(5^0 + 5^1 + 5^2)$$

を展開したときの各項として現れる。

したがって、約数の総和は

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 4 + 8)(1 + 3 + 9 + 27)(1 + 5 + 25) \\ & = 15 \cdot 40 \cdot 31 \\ & = \mathbf{18600} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

- この計算は、等比数列の和の公式 (数学 B) を利用して行ってもよい。

$$\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^4 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^3 - 1}{5 - 1} = 15 \cdot \frac{80}{2} \cdot \frac{124}{4} = 15 \cdot 40 \cdot 31 = 18600$$