

17 で割ると 11 余り, 12 で割ると 10 余るような 3 桁の正の整数のうち, 最小のものは , 最大のものは である.

(20 青山学院大 経営)

【答】	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	130	946

【解答】

17 で割ると 11 余り, 12 で割ると 10 余るような整数を N とおくと N は

$$N = 17k + 11 \quad (k \text{ は整数}),$$

$$N = 12l + 10 \quad (l \text{ は整数})$$

と表すことができる. これより

$$17k - 12l = -1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$k = -5, l = -7$ は $\textcircled{1}$ の整数解の 1 つであるから

$$17 \cdot (-5) - 12 \cdot (-7) = -1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ の辺々を引くと

$$17(k + 5) - 12(l + 7) = 0$$

$$\therefore 17(k + 5) = 12(l + 7)$$

17 と 12 は互いに素であるから

$$k + 5 = 12m \quad (m \text{ は整数})$$

$$\therefore k = 12m - 5$$

と表される. よって

$$N = 17(12m - 5) + 11 = 204m - 74$$

N が 3 桁であるのは, $100 \leq N < 1000$ のときであり

$$100 \leq 204m - 74 < 1000$$

$$\therefore \frac{174}{204} \leq m < \frac{1074}{204}$$

$\frac{174}{204} = 0.8\dots, \frac{1074}{204} = 5.2\dots$ であるから, m は

$$m = 1, 2, \dots, 5$$

の 5 個である.

その中で最小の N は

$$204 \cdot 1 - 74 = \mathbf{130} \quad \dots\dots(\text{答})$$

最大の N は

$$204 \cdot 5 - 74 = \mathbf{946} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

- 17 で割ると 11 余り, 12 で割ると 10 余る整数 N は, 74 を足すと 17 でも 12 でも割り切れる. $N + 74$ は 17 と 12 の最小公倍数 204 の倍数であるから

$$N + 74 = 204n \quad (n \text{ は整数})$$

$$\therefore N = 204n - 74$$

と表すことができる.