

13で割ると4余り、6で割ると1余る自然数のうち最小の数は クケ である。また、13で割ると4余り、6で割ると1余る3桁の自然数のうち最大の数は コサシ である。

(20 駒澤大 仏教・文・経済・法 1(2))

【答】	クケ	コサシ
	43	979

【解答】

13で割ると4余り、6で割ると1余る自然数を N とおくと

$$N = 13l + 4 \quad (l \text{ は整数}),$$

$$N = 6m + 1 \quad (m \text{ は整数})$$

と表すことができる。これより

$$13l - 6m = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①をみたす組 (l, m) の1つは $(-3, -6)$ だから

$$13 \cdot (-3) - 6 \cdot (-6) = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②の辺々を引くと

$$13(l+3) - 6(m+6) = 0$$

$$\therefore 13(l+3) = 6(m+6)$$

13と6は互いに素だから

$$l+3 = 6k \quad (k \text{ は整数})$$

$$\therefore l = 6k - 3$$

と表すことができる。よって

$$N = 13(6k - 3) + 4 = 78k - 35$$

N が自然数であるのは、 $N \geq 1$ より

$$78k - 35 \geq 1 \quad \therefore k \geq \frac{36}{78}$$

のときである。 N が最小な自然数となるのは $k=1$ のときであり、 N は

$$78 \cdot 1 - 35 = \mathbf{43} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である。

N が3桁の自然数であるのは、 $100 \leq N < 1000$ のときであり

$$100 \leq 78k - 35 < 1000 \quad \therefore \frac{135}{78} \leq k < \frac{1035}{78} (= 13.2 \cdots)$$

3桁の最大の自然数 N は $k=13$ のときであり、 N は

$$78 \cdot 13 - 35 = \mathbf{979} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である。

- 13で割ると4余り、6で割ると1余る整数 N は、35を足すと13でも6でも割り切れる。 $N+35$ は13と6の最小公倍数78の倍数であるから

$$N + 35 = 78k \quad (n \text{ は整数})$$

$$\therefore N = 78n - 35$$

と表すことができる。