

a, b は自然数で, $p = a^2 - a + 2ab + b^2 - b$ とする. p が素数となるような a, b をすべて求めよ.

(20 鹿児島大 理・工・医・歯・農・水産・獣・教 1(1))

【答】 $a = 1, b = 1$

【解答】

$$\begin{aligned} p &= a^2 - a + 2ab + b^2 - b \\ &= (a+b)^2 - (a+b) \\ &= (a+b-1)(a+b) \end{aligned}$$

a, b は自然数より, $1 \leq a+b-1 < a+b$ であり, p が素数であるから

$$\begin{cases} a+b-1=1 \\ a+b=p \end{cases}$$

であることが必要である. $a+b=2$ を満たす自然数 a, b は

$$a=1, b=1$$

であり, このとき, $p=1+1=2$ である. 2 は素数であり, 十分である.

よって $a=1, b=1$

……(答)