

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{bx^2 + (4b^2 - 2)x}{x - 2} = 1$ を満たす定数 b の値は、 $b = \square$ である。

(20 芝浦工大)

【答】

$\frac{1}{2}$

【解答】

$x \rightarrow 2$ のとき、(分母) $\rightarrow 0$ であるから、左辺が有限確定値となるためには

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (\text{分子}) &= 4b + (4b^2 - 2)2 = 0 \\ \therefore 8b^2 + 4b - 4 &= 0 \\ \therefore (2b - 1)(b + 1) &= 0 \\ \therefore b &= \frac{1}{2}, -1 \end{aligned}$$

であることが必要である。

(i) $b = \frac{1}{2}$ のとき

$$(\text{左辺}) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x^2 + \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 2\right)x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x^2 - x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{2} = 1$$

であり、有限確定値であるから十分であり、与えられた条件を満たす。

(ii) $b = -1$ のとき

$$(\text{左辺}) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + (4 - 2)x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (-x) = -2$$

であり、有限確定値であるから十分であるが、与えられた条件を満たさない。

以上 (i), (ii) より、求める b の値は

$$b = \frac{1}{2} \qquad \dots\dots(\text{答})$$

である。