

x の関数 $f(x)$ が等式

$$f(x) = 2x^2 - 4x - \int_0^1 f(t) dt$$

を満たすとき $f(x)$ を求めると, $\int_0^1 f(t) dt = \boxed{\text{ア}}$ である.

(20 慶應大 薬 1(1))

【答】

ア
$-\frac{2}{3}$

【解答】

定数 $\int_0^1 f(t) dt$ を k とおくと

$$f(x) = 2x^2 - 4x - k$$

であり

$$\begin{aligned} k &= \int_0^1 f(t) dt \\ &= \int_0^1 (2t^2 - 4t - k) dt \\ &= \left[\frac{2}{3}t^3 - 2t^2 - kt \right]_0^1 \\ &= -\frac{4}{3} - k \end{aligned}$$

したがって

$$k = -\frac{4}{3} - k \quad \therefore k = -\frac{2}{3}$$

すなわち

$$\int_0^1 f(t) dt = -\frac{2}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$