初項 1，公比 $\dfrac{1}{3}$ の無限等比級数 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$ の和 S は $S=$ $\boxed{\text{(f)}}$ であり，$S-(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)<\dfrac{1}{1000}$ を満たす n の最小値は $\boxed{\text{(g)}}$ である．

(20 神奈川大 理・工 1(6))

【答】

(f)	(g)
$\dfrac{3}{2}$	7

【解答】

S は初項 1，公比 $\dfrac{1}{3}$ $\left(\left|\dfrac{1}{3}\right|<1\right)$ の無限等比級数の和であるから

$$S=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\boldsymbol{\frac{3}{2}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=1\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

より，$S-(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)<\dfrac{1}{1000}$ を満たす最小な n を求めるには

$$\frac{3}{2}-\left\{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}<\frac{1}{1000}$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}<\frac{1}{500}$$

であり

$$3^{n-1}>500$$

を満たす最小の n を求めればよい．

関数 $y=3^x$ は単調増加であり，$3^5=243$，$3^6=729$ であるから，求める n は

$$\boldsymbol{n=7} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．