

極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + x} + 3x)$ を求めよ.

(20 愛媛大理・工)

【答】 $-\frac{1}{6}$

【解答】

$\infty - \infty$ の不定形を解消するように、式を変形する.

$$f(x) = \sqrt{9x^2 + x} + 3x$$

とおくと

$$f(x) = \frac{(9x^2 + x) - (3x)^2}{\sqrt{9x^2 + x} - 3x} = \frac{x}{\sqrt{9x^2 + x} - 3x}$$

である. さらに, $\frac{-\infty}{\infty}$ を解消するように, $f(x)$ の分母・分子を x で割る. $x < 0$ のとき, $x = -\sqrt{x^2}$ であることに注意すると

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{9 + \frac{1}{x}} - 3} = \frac{1}{-3 - 3} = -\frac{1}{6} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.