

次の等式が成り立つように、定数  $a, b$  の値を定めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a\sqrt{x} - b}{x - 3} = 4$$

(20 秋田県大 システム科技 1(2))

【答】  $a = 8\sqrt{3}, b = 24$

【解答】

$x \rightarrow 3$  のとき、(分母)  $\rightarrow 0$  であるから、左辺が有限確定値となるためには

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\text{分子}) = a\sqrt{3} - b = 0 \quad \therefore b = \sqrt{3}a$$

であることが必要である。このとき

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a\sqrt{x} - \sqrt{3}a}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(x - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a}{\sqrt{x} + \sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

であり、有限確定値であるから、 $b = \sqrt{3}a$  は十分でもある。

よって、与えられた等式から

$$\frac{a}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$\therefore a = 8\sqrt{3} \quad \therefore b = 24 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。