次の極限を求めよ．ただし，極限をもたない場合は「極限なし」と答えよ．

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-3\sin x}{x}$$

(20 高知工科大 1(9))

【答】 2

【解答】

$\dfrac{\infty}{\infty}$ の不定形を解消するように，変形すると

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3\sin x}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(2-3\frac{\sin x}{x}\right)$$

ここで，$x\to\infty$ より $x>0$ としてよく

$$-1\leqq\sin x\leqq 1$$

$$\therefore\quad -\frac{1}{x}\leqq\frac{\sin x}{x}\leqq\frac{1}{x}$$

である．ここで

$$\lim_{x\to\infty}\left(-\frac{1}{x}\right)=0,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$$

であるから，はさみうちの原理により

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$$

である．したがって

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-3\sin x}{x}=2-3\cdot 0=\mathbf{2}$$ ……(答)

である．