

定積分 $\int_1^e x(\log x)^2 dx$ の値を求めよ.

(20 福岡大 工 3(2))

【答】 $\frac{e^2 - 1}{4}$

【解答】

部分積分法を用いると

$$\begin{aligned} & \int_1^e x(\log x)^2 dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} \cdot (\log x)^2 \right]_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \left(2 \log x \cdot \frac{1}{x} \right) dx \\ &= \frac{e^2}{2} - \int_1^e x \log x dx \\ &= \frac{e^2}{2} - \left[\frac{x^2}{2} \cdot \log x \right]_1^e + \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{2} + \left[\frac{x^2}{4} \right]_1^e \\ &= \frac{e^2 - 1}{4} \end{aligned}$$

……(答)

である.