

12人を4人ずつ、3つのグループに分ける方法は何通りあるか求めなさい。ただし、グループには区別がないものとする。

(20 公立千歳科技大 中期 理工 1(8))

【答】 5775 通り

【解答】

12人をA, B, Cの3つの組に4人ずつ分けるときの総数は ${}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4$ 通りある。

一方、12人を4人ずつの3つのグループに分け(x 通りあるとする)、そのグループにA, B, Cの名前を付けるときの総数は $x \times 3!$ 通りある。これらは等しいから

$$x \times 3! = {}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4$$

$$\therefore x = \frac{{}_{12}C_4 \cdot {}_8C_4}{3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5775 \text{ 通り} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- 12人の中の特定な一人と同じグループとなる人の決め方は ${}_{11}C_3$ 通り。この各々に対して、残り8人の中の特定な一人と同じグループとなる人の決め方は ${}_7C_3$ 通り。また、この各々に対して、残った4人で1つグループとなるから、これで4人ずつの3つのグループが決まる。求める分け方は

$${}_{11}C_3 \cdot {}_7C_3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5775 \text{ 通り}$$

である。