n を 3 以上の自然数とする．1 から n までの背番号が 1 つずつ付けられた n 人の大人と 1 から n までの背番号が 1 つずつ付けられた n 人の子どもがいる．

例えば，$n=3$ の場合には，

背番号が 1 である大人と子どもが 1 人ずつ，
背番号が 2 である大人と子どもが 1 人ずつ，
背番号が 3 である大人と子どもが 1 人ずつ

いる．

この $2n$ 人が次の (A) と (B) の両方を満たすように手をつないで輪をつくる．

(A) 大人と子どもが交互に並ぶ
(B) 背番号が等しい人どうしは手をつながない

このような並び方の総数を $T(n)$ で表すとき，次の各問に答えよ．

(1) $T(3)$ を求めよ．
(2) $T(4)$ を求めよ．
(3) $T(5)$ を求めよ．

(20 宮崎大 工 5)

【答】

(1) $T(3)=2$
(2) $T(4)=12$
(3) $T(5)=312$

【解答】

背番号が i である大人 (Adult) を A_i，子供 (Child) を C_i で表す．

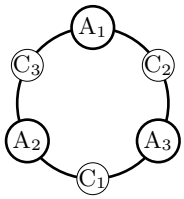
(1) 3 人の大人で輪をつくり，次に 3 人の子どもを間に一人ずつ入れていく．

3 人の大人の円順列は $(3-1)!=2$ 通りできる．

この各々に対し，条件 (A) と (B) の両方を満たすような 3 人の子どもの入れ方は，C_1，C_2，C_3 がそれぞれ A_1，A_2，A_3 の向かい側に位置することに限られ，1 通りに決まる．

よって

$$T(3)=2\times 1=\mathbf{2} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

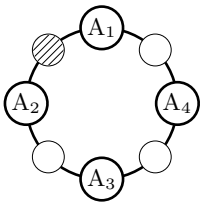


(2) (1) と同様に考える．

4 人の大人の円順列は，$(4-1)!=6$ 通りできる．

A_1，A_2，A_3，A_4 がこの順に輪をつくるとき (右図)，A_1 と A_2 の間に入るのは，条件 (A) と (B) より，C_3，C_4 の 2 通りがある．

(ア) A_1 と A_2 の間に C_3 が入るとき，A_1 と A_4 の間に C_2 が入り，残り C_1，C_4 の入り方は 1 通りに決まる．
(イ) A_1 と A_2 の間に C_4 が入るとき，A_2 と A_3 の間に C_1 が入り，残り C_2，C_3 の入り方は 1 通りに決まる．

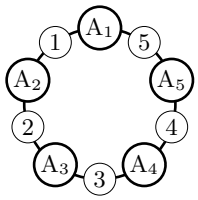


4 人の大人の並び方各々に対して，子供の並び方は 2 通りに決まるから

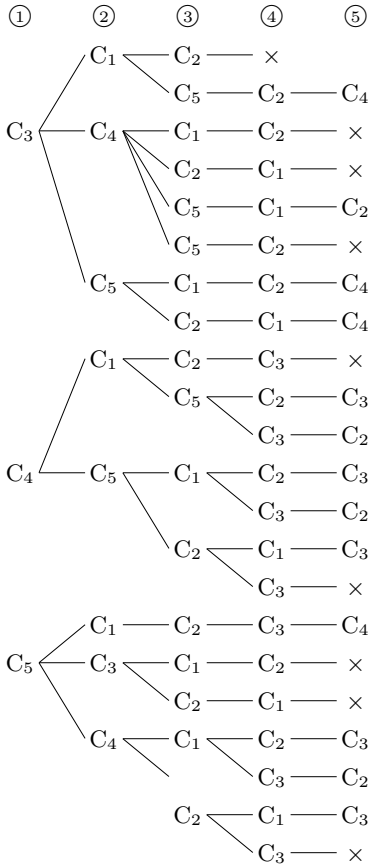
$$T(4) = 6 \times 2 = \mathbf{12}$$ ……(答)

(3) (1) と同様に考える．

5 人の大人の円順列は，$(5-1)! = 24$ 通りできる．



A_1，A_2，A_3，A_4，A_5 がこの順に輪をつくるとき (右図)，2 人の大人の間を右図のように ①，②，③，④，⑤ とする．A_1 と A_2 の間 ① に入るのは，条件 (A) と (B) より，C_3，C_4，C_5 の 3 通りがある．残りの子供の入り方を樹形図にすると下のようになる．



5 人の大人の並び方各々に対して，子供の並び方は $4+5+4=13$ 通りに決まるから

$$T(5) = 24 \times 13 = \mathbf{312}$$ ……(答)