5 人を 3 組に分ける方法は $\boxed{\text{(e)}}$ 通りある．ただし，各組は 1 人以上含むものとする．

(20 神奈川大 理・工 1(5))

【答】

(e)
25

【解答】

5 人を 3 組に分けるには

(i) 1 人，1 人，3 人，　(ii) 1 人，2 人，2 人

の 2 通りの分け方がある．

(i) 5 人の中から 3 人の組となる 3 人を選ぶと，残り 2 人は 1 人，1 人からなる 2 つの組をつくる．このときの組分けの方法は

$$ {}_5\mathrm{C}_3 = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1} = 10 \text{ (通り)} $$

(ii) 5 人の中から 1 人の組となる人を選び，残り 4 人を 2 人，2 人の 2 つの組とする．このときの組分けの方法は

$$ {}_5\mathrm{C}_1 \cdot \frac{{}_4\mathrm{C}_2}{2!} = 5\cdot\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot\frac{1}{2} = 15 \text{ (通り)} $$

よって，求める総数は

$$ 10 + 15 = \mathbf{25} \text{ (通り)} \qquad \cdots\cdots\text{(答)} $$

- (ii) については，5 人の中から 1 人の組となる人を選び，残り 4 人の中の特定な一人に着目して他の 3 人から同じ組となる 1 人を選ぶと考えてもよい．

  $$ {}_5\mathrm{C}_1 \cdot {}_3\mathrm{C}_1 = 5\cdot3 = 15 \text{ (通り)} $$

- 5 人を区別のつく 3 つの部屋に入れること考える．

  部屋をA，B，Cとすると，5 人の部屋割りの総数は 3^5 通りある．このうち

  5 人が 1 つの部屋に入る方法は　3 通り，
  5 人が 2 つの部屋に入る方法は　${}_3\mathrm{C}_2(2^5-2) = 3(32-2) = 90$ 通り

  あるから，5 人が 3 つの部屋に入る方法は

  $$ 3^5 - (3+90) = 243 - 93 = 150 \text{ 通り} $$

  ある．

  一方，5 人を 3 組に分けた後，区別のつく 3 つの部屋に入れると考える．

  5 人を 3 組に分ける方法が x 通りあるとすると，5 人が 3 つの部屋に入る方法は

  $$ x \times 3! \text{ (通り)} $$

  あるから

  $$ x \times 3! = 150 \qquad \therefore \quad x = \frac{150}{3\cdot2\cdot1} = 25 \text{ (通り)} $$