

等式 $x + y + z + 2w = 7$ を満たす負でない整数 x, y, z, w の組の個数は $\boxed{5}$ である。

(20 関西大 システム理工 4(4))

【答】

| |
|----|
| ⑤ |
| 70 |

【解答】

$$x + y + z + 2w = 7 \text{ より}$$

$$x + y + z = 7 - 2w \geq 0 \quad \therefore w = 0, 1, 2, 3$$

$w = 0$ のとき, $x + y + z = 7$ を満たす x, y, z の組の個数は, 3 種類のものから繰り返し取ることを許して 7 個取る取り方の総数であるから

$${}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7$$

- $x + y + z = 7$ を満たす x, y, z の組の個数は, 7 つの球と 2 本の仕切り棒の並べ方の総数に等しく ${}_9C_2 (= {}_9C_7)$ である.

$x + y + z = k$ ($k = 5, 3, 1$) のときも同様に考えて, 求める個数は

$$\begin{aligned} & {}_3H_7 + {}_3H_5 + {}_3H_3 + {}_3H_1 \\ &= {}_{3+7-1}C_7 + {}_{3+5-1}C_5 + {}_{3+3-1}C_3 + {}_{3+1-1}C_1 \\ &= \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} + \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} + \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} + 3 \\ &= 36 + 21 + 10 + 3 \\ &= \mathbf{70} \text{ (個)} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$