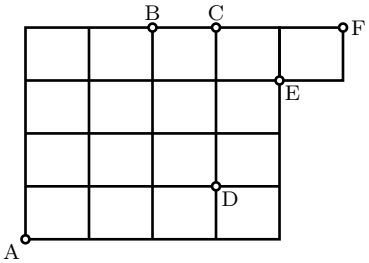
図のような道のある町がある．次の $\boxed{}$ をうめよ．



(1) 地点 A から地点 C までの最短の道順は $\boxed{①}$ 通りであり，このうち地点 B を通らない最短の道順は $\boxed{②}$ 通りである．

(2) 地点 A から地点 E までの最短の道順のうち，地点 D を通るものは $\boxed{③}$ 通りである．

(3) 地点 A から地点 F までの最短の道順は $\boxed{④}$ 通りである．このうち，地点 B，C，D，E の 2 つ以上を通らない最短の道順は $\boxed{⑤}$ 通りである．

(20 関西大 経済 3)

【答】

①	②	③	④	⑤
35	20	12	105	62

【解答】

(1) 地点 A から地点 C までの最短の道順の総数は，→ 3 個と ↑ 4 個を一列に並べる並べ方の総数と一致するから

$$\frac{7!}{3!4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = \mathbf{35}\ (\text{通り}) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

であり，このうち地点 B を通るものが

$$\frac{6!}{2!4!}\times 1 = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\times 1 = 15\ \text{通り}$$

あるので，地点 B を通らない最短の道順は

$$35 - 15 = \mathbf{20}\ \text{通り} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) A → D，D → E の道順をそれぞれ数えると，これらは引き続き起こるから

$$\frac{4!}{3!1!}\times\frac{3!}{1!2!} = 4\times 3 = \mathbf{12}\ \text{通り} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(3) 地点 A から地点 F への最短の道順は，C と E の一方のみを通るので，A → C → F，A → E → F の道順をそれぞれ数える．これらは同時に起こることはないから

$$35\times 1 + \frac{7!}{4!3!}\times\frac{2!}{1!1!} = 35\times 1 + 35\times 2 = \mathbf{105}\ \text{通り} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．このうち，地点 B, C, D, E の 2 つ以上を通るものは (3 つ以上を通るものがないことにも注意して)，
B と C を通るものが

$$\frac{6!}{2!4!} \times 1 \times 1 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \times 1 \times 1 = 15 \text{ 通り},$$

D と C を通るものが

$$\frac{4!}{3!1!} \times 1 \times 1 = 4 \text{ 通り},$$

D と E を通るものが

$$\frac{4!}{3!1!} \times \frac{3!}{1!2!} \times \frac{2!}{1!1!} = 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ 通り}$$

である．これらがすべてであり，これらは同時に起こることはないので，求める道順は

$$105 - (15 + 4 + 24) = 105 - 43 = \mathbf{62} \text{ 通り} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．