

5人で1回だけじゃんけんをする。以下の問いに答えよ。

- (1) 1人だけ勝つ確率を求めよ。
- (2) 2人だけ勝つ確率を求めよ。
- (3) あいこになる確率を求めよ。

(20 東北学院大学 工 7)

【答】

- (1) $\frac{5}{81}$
- (2) $\frac{10}{81}$
- (3) $\frac{17}{27}$

【解答】

- (1) 誰かがどの手で勝つかを考えて

$$\frac{{}_5C_1 \cdot 3}{3^5} = \frac{5}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) (1)と同様に考え

$$\frac{{}_5C_2 \cdot 3}{3^5} = \frac{10}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (3) 余事象は、「1人だけ勝つ」または「2人だけ勝つ」または「3人だけ勝つ」または「4人だけ勝つ」である。

$$\frac{{}_5C_1 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_2 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_3 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_4 \cdot 3}{3^5} = \frac{5 + 10 + 10 + 5}{3^4} = \frac{10}{27}$$

よって、求める確率は

$$1 - \frac{10}{27} = \frac{17}{27} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- 二項定理を利用すると

$$\begin{aligned} & \frac{{}_5C_1 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_2 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_3 \cdot 3}{3^5} + \frac{{}_5C_4 \cdot 3}{3^5} \\ &= \frac{(1+1)^5 - {}_5C_0 - {}_5C_5}{3^4} = \frac{32 - 2}{3^4} = \frac{10}{27} \end{aligned}$$

- 勝負が決まるのは2種類の手が出たときである。

2種類の手を決めて、各人の手の出し方を考える。全員が同じ手となることを除くことに注意すると

$$\frac{{}_3C_2 \cdot (2^5 - 2)}{3^5} = \frac{3 \cdot 30}{3^5} = \frac{10}{27}$$