

3個のさいころを投げるとき、出た目の最大値が6である確率は ア であり、最大値が5かつ最小値が2である確率は イ である。

(20名城大 理工 2月2日 1(1))

【答】

ア	イ
$\frac{91}{216}$	$\frac{1}{12}$

【解答】

3個のさいころを区別して考える。このとき、目の出方の総数は $6^3$ 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

(前半) 出た目の最大値が6であるということは

3個のサイコロの「少なくとも一つは6の目が出る」

ということであり、余事象は「6の目が1個も出ない」ということである。

余事象の確率を考えると、出た目の最大値が6である確率は

$$1 - \frac{5^3}{6^3} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(後半) 出た目の最大値が5、最小値が2であるということは

3個のサイコロの「すべての目は2以上5以下であり」

かつ「少なくとも1つ5の目が出て」

かつ「少なくとも1つ2の目が出る」

ということである。

A: 「すべて目が2以上5以下である」,

B: 「少なくとも1つ5の目が出る」,

G: 「少なくとも1つ2の目が出る」

とおけば、求める確率は

$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A) - P(A \cap (\overline{B \cap C})) \\ &= P(A) - P(A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})) \quad (\because \text{ド・モルガンの法則}) \\ &= P(A) - P((A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})) \\ &= P(A) - \{P(A \cap \overline{B}) + P(A \cap \overline{C}) - P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})\} \\ &= \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left\{ \left(\frac{3}{6}\right)^3 + \left(\frac{3}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{6}\right)^3 \right\} \\ &= \frac{64 - 2 \cdot 27 + 8}{6^3} \\ &= \frac{1}{12} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

- 最大値が5かつ最小値が2であるような、3個の数字の組合せは

$\{2, 2, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 5, 5\}$

である。どのさいころがどの目を出すかと考えて

$$\frac{3 + 3! + 3! + 3}{6^3} = \frac{18}{6^3} = \frac{1}{12}$$

としてもよい。