当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじの中から，引いたくじをもとに戻さないで，A，B の 2 人がこの順に 2 本ずつくじを引く．次の確率を求めよ．

(1) A が少なくとも 1 本当たる確率

(2) B が少なくとも 1 本当たる確率

(20 日本女大 理 4)

【答】

(1) $\dfrac{8}{15}$

(2) $\dfrac{8}{15}$

【解答】

(1) 「A が少なくとも 1 本当たる」という事象の余事象は,「A が 2 本とも外れくじを引く」ということだから，求める確率は

$$1-\frac{{}_7\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=1-\frac{\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}}{\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}}=1-\frac{7}{15}=\boldsymbol{\frac{8}{15}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

- 10 本のくじを横一列に並べ，左 2 つを A が引くくじとみなす．
  「A が少なくとも 1 本当たる」のは，左からみて当たりくじが 1 番目または 2 番目のときである．1 番目が当たりであるかはずれであるかで場合分けすると

  ○□□ $\cdots$ □　または　×○□ $\cdots$ □　(○当たり，×はずれ，□どちらでもよい)

  求める確率は

$$\frac{\overset{1\text{ 番目}}{3}\cdot 9!+\overset{1\text{ 番目}\cdot 2\text{ 番目}}{7\cdot 3}\cdot 8!}{10!}=\frac{9+7}{10\cdot 3}=\frac{8}{15}$$

(2) 「B が少なくとも 1 本当たる」という事象の余事象は,「B が 2 本とも外れくじを引く」ということであり，次の 3 つの排反な事象に分割される．

(i) A が 2 本とも外れくじを引き，B が 2 本とも外れくじを引く．

(ii) A が 1 本だけ当たりくじを引き，B が 2 本とも外れくじを引く．

(iii) A が 2 本とも当たりくじを引き，B が 2 本とも外れくじを引く．

(i) の確率は　$\dfrac{{}_7\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}\times\dfrac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{7}{15}\times\dfrac{5}{14}=\dfrac{1}{6}$

(ii) の確率は　$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1\cdot{}_7\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_2}\times\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{7}{15}\times\dfrac{15}{28}=\dfrac{1}{4}$

(iii) の確率は　$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}\times\dfrac{{}_7\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{15}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{20}$

である．

よって，求める確率は

$$1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}\right)=1-\frac{10+15+3}{3\cdot 4\cdot 5}=1-\frac{7}{15}=\boldsymbol{\frac{8}{15}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

- 10 本のくじを横一列に並べ，左から 3 番目，4 番目を B が引くくじとみなす．
  「B が少なくとも 1 本当たる」のは，左からみて当たりくじが 3 番目または 4 番目にあるときである．3 番目が当たりであるかはずれであるか場合分けすると

  □□○□□ ⋯ □　または　□□×○□ ⋯ □

  求める確率は

$$\frac{\overset{3\text{ 番目}}{3} \cdot 9! + \overset{3\text{ 番目}\cdot 4\text{ 番目}}{7 \cdot 3} \cdot 8!}{10!} = \frac{9+7}{10 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$