100 円硬貨 5 枚と 50 円硬貨 3 枚の合わせて 8 枚の硬貨を同時に投げるとき，次の問いに答えよ．ただし，どの硬貨も表と裏が出る確率はいずれも $\dfrac{1}{2}$ であるものとする．

(1) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円となる確率を求めよ．

(2) 表が出た硬貨の合計金額が 600 円未満である確率を求めよ．

(3) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円であったとき，表が出た 50 円硬貨が少なくとも 1 枚ある条件付き確率を求めよ．

(20 岩手大 教育・農・人文 2)

【答】

(1) $\dfrac{35}{256}$

(2) $\dfrac{63}{64}$

(3) $\dfrac{6}{7}$

【解答】

(1) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円となるのは

(i) 100 円硬貨 4 枚だけが表のとき

(ii) 100 円硬貨 3 枚と 50 円硬貨 2 枚が表のとき

のいずれかであるから，求める確率は

$$\frac{{}_5\mathrm{C}_4 \cdot 1}{2^5 \cdot 2^3} + \frac{{}_5\mathrm{C}_3 \cdot {}_3\mathrm{C}_2}{2^5 \cdot 2^3} = \frac{5+30}{2^8} = \boldsymbol{\frac{35}{256}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) 表が出た硬貨の合計金額が 600 円未満である事象の余事象は,「表が出た硬貨の合計金額が 600 円以上」であり，これを満たすのは

(i) すべての硬貨が表のとき

(ii) 50 円硬貨 1 枚だけが裏のとき

のいずれかであるから，求める確率は

$$1 - \left(\frac{1 \cdot 1}{2^5 \cdot 2^3} + \frac{1 \cdot {}_3\mathrm{C}_1}{2^5 \cdot 2^3}\right) = 1 - \frac{1+3}{2^8} = 1 - \frac{1}{2^6} = \boldsymbol{\frac{63}{64}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(3) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円となる事象を A，表が出た 50 円硬貨が少なくとも 1 枚あるという事象を B とおくと，求める確率は

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

である．$P(A)$ は (1) の確率であり，$P(A \cap B)$ は (1) の (ii) の確率であるから

$$P_A(B) = \frac{\dfrac{{}_5\mathrm{C}_3 \cdot {}_3\mathrm{C}_2}{2^5 \cdot 2^3}}{\dfrac{35}{2^8}} = \frac{30}{35} = \boldsymbol{\frac{6}{7}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．